

La contribución de la sísmica de refracción en el proyecto geotécnico

The role of the seismic refraction prospecting in the geotechnical design

R. Di Francesco & M. Siena
GEO&GEO Instruments® – research & development – Italia

R. M. Di Francesco T.
Constructora Livica c.a., Maturin – Venezuela

RESUMEN

La geotécnica es una materia muy compleja y, estudiando argumentos como la interacción terreno-estructura, necesita una gran cantidad de informaciones. Utilizando la terminología informática la geotécnica puede ser considerada como un “algoritmo de transformaciones”, sensible a los datos de input. El manejo de la sísmica de refracción consiente en perfeccionar la calidad de la señal de input sobre la base de algoritmos desarrollados por los autores. En la presente memoria se presenta un nuevo algoritmo, aplicado a un derrumbe y por ultimo su utilidad al análisis de la eficacia en las operaciones de consolidación proyectadas.

ABSTRACT

Geotechnics is a very complex subject and, dealing with topics such as interaction soil-structure, demands a lot of information. Using the informatic terminology, geotechnics can be considered as a “algorithm of transformation”, sensitive to data of input. The use of refraction seismic permits to improve the quantity of input signals according to algorithm developed by the authors. A new algorithm, its application to a landslide and finally its usefulness in the analysis of the efficacy of the work of planned consolidation, is shown in the present memory.

Keywords: sísmica de refracción, algoritmos, derrumbe, ondas elásticas impulsivas, saturación

1 INTRODUCCION

En los últimos años el desarrollo de la tecnología sobre los proyectos de las centrales de adquisición de datos dadas por las prospecciones geofísicas han provisto de un fuerte impulso a la difusión sobre las investigaciones basadas en la “sísmica de refracción”. A esto se le debe agregar las creaciones de modelos matemáticos que, implementados en software comerciales, han hecho manejable la interpretación de los datos registrados, permitiendo analizar interfases de todo modo variables. Pero también es cierto que la interpretación clásica basada en la utilización de tiempos de primera llegada muestra a menudo algunos límites en términos de precisión de cálculos. De hecho el problema principal va unido a la consideración que un solo estrato puede ser asimilado a un cuerpo elástico homogéneo, cuyas características de densidad no varían con la profundidad. Al contrario en muchos casos la caracterización geotécnica de un sitio ha evidenciado la presencia de un aumento de la densidad de los terrenos con la profundidad, tal como para complicar las señales registradas por los sensores en función de la presencia de paquetes de

ondas parásitas. En efecto, partiendo de la consideración que solo por $V_1 = V_2$ un rayo sísmico se propaga en línea recta entre dos medios, es suficiente una mínima variación de la densidad y por consiguiente de la velocidad para generar una onda refracta. Extendiendo el concepto a un estrato completo y pensándolo como subdividido en n sub-estratos a velocidad creciente con la profundidad, se hace evidente como una señal registrada bien sea como la suma de refracciones múltiples, así como también muestre el ingreso de ondas parásitas (figura 1). La aplicación de algunas funciones, desarrolladas originalmente por algunos autores, en lo estudios cada uno de los sismógramos permite apreciar los efectos descritos. En otras palabras es posible escindir los efectos ligados a la entrada de las ondas parásitas e individualizar el punto real de primera llegada, que no necesariamente coincide con el inicio de la perturbación, obteniendo una mejor resolución de la geometría del subsuelo investigado. Las ventajas que derivan de la aplicación del algoritmo a la sísmica de refracción vienen expuestas con un caso histórico, que concierne la reconstrucción de la geometría de un derrumbe y el control en curso en las operaciones de

la eficacia de las obras de consolidación de la misma.

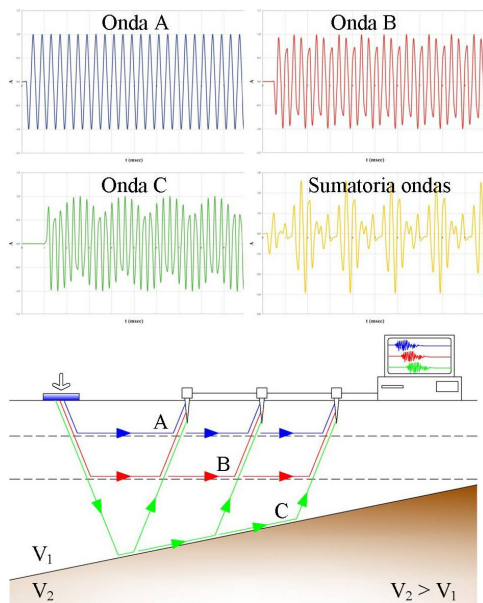


Figura 1. Ejemplo de ingreso de hipotéticas ondas parásitas, A y B, sobre ondas refracta útiles C (da Siena *et al.* 2005, modificada).

2 SISMICA DE REFRACCION

Tal método explota el estudio de la propagación de ondas elásticas impulsivas, generadas en superficies, del tipo:

$$\Phi_{(x,t)} = I = \int_{t_0}^{t_1} F dt \quad (1)$$

A fin de que sea válido el concepto de la refracción tienen que resultar verificadas las siguientes condiciones (Sankar *et al.* 2000): A) los estratos deben poseer una velocidad propia que aumenta con la profundidad; en particular debe aumentar la impedancia característica Z definida como el producto de la densidad por la velocidad; B) las interfases entre los estratos tienen que ser bien distintas; C) las ondas impulsivas pueden ser consideradas como ondas planas.

La gran ventaja es que, de tal manera, es posible evitar el tratamiento matemático de la señal registrada y sustituir el estudio de la propagación de las ondas con los “rayos sísmicos”, que representan el recorrido de las ondas al interior de medio en el cual se propaga. Por consecuencia, en un medio homogéneo y isótropo los rayos son representados por líneas rectas, perpendiculares a las ondas planas, que sufren una refracción al pasar entre dos medios a diferente velocidad. Concretando, la ejecución de prospectivas sísmicas basadas en la refracción,

requiere una posición a lo largo de una recta de sensores que registren las ondas producidas en determinados puntos, con la finalidad de reconstruir la geometría del subsuelo y el perfil de la velocidad. La reconstrucción inicia con la individualización del punto de primera llegada sobre cada impulso registrado por cada sensor, para después pasar al cálculo de la profundidad mediante métodos notable y probados. Considerando que en las aplicaciones de la ingeniería la amplitud de los impulsos es por la genera de algunas decenas de milisegundos, la determinación del tiempo de primera llegada representa el aspecto más delicado del procedimiento.

2.1 Consideraciones teóricas

La sísmica de refracción debe responder a cuatro conceptos: 1) un rayo sísmico sufre, en el paso entre dos estratos, una refracción que respeta la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen} \alpha}{\text{sen} \beta} = \frac{V_1}{V_2} \quad (2)$$

donde α e β representan el ángulo de incidencia y de refracción; V_1 y V_2 son la velocidad de los medios atravesados; 2) según el principio de Fermat el rayo sísmico recorre la distancia entre la fuente y los sensores siguiendo, entre los infinitos recorridos, aquellos de tiempo mínimo; 3) existe un valor crítico del ángulo de incidencia (i_c) que comporta la propagación del rayo sísmico a lo largo de la interface, impidiendo la trasmisión al estrato inferior;

$$\text{sen} i_c = \frac{V_1}{V_2} \rightarrow i_c = \text{sen}^{-1} \frac{V_1}{V_2} \quad (3)$$

4) según el principio de Huygens cada punto situado sobre una onda puede ser considerado como una fuente sísmica. Tal principio es una consecuencia de la ecuación de una onda que se propaga a lo largo de la recta x , ó ecuación de D’Alembert:

$$\frac{1}{V_{(P,S)}^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad (4)$$

por lo tanto, cada vez que lo puntos de la recta vienes puestos en oscilación, los mismos se convierten a su vez en fuentes de ondas. En le ecuación 4 V_P y V_S representan la velocidad de propagación de ondas de compresión y de corte, que dependen claramente de las características elásticas e inerciales del medio (Serra & Tinti, 1984):

$$V_p = \sqrt{\frac{E_d}{\rho}} \quad (5.1)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G_d}{\rho}} \quad (5.2)$$

donde E_d y G_d son los módulos elásticos dinámicos normales y tangenciales y ρ la densidad media. La determinación de la velocidad se obtiene mediante métodos puramente geométricos, que comprenden la construcción de diagramas tiempo-distancia definidos dromocrone. Una vez determinado es posible proceder con los cálculos de los espesores por debajo de cada sensor y de los puntos de energización.

2.2 Funciones de análisis de los tiempos de primera llegada

Ulteriores problemas que deberían ser enfrentados en la interpretación de la sísmica de refracción, dependen del respecto de dos vínculos:

- los tiempos directos (T_d) y conjugados (T_c), provenientes de energizaciones especulares, tienen ser necesariamente iguales, siendo iguales las distancias recorrida según el principio de Fermat;
- la diferencia de los tiempos medidos por cada sensor y provenientes de impulsos diferentes debe permanecer constante; es decir, los dromocrones deben ser paralelos por señales provenientes de la misma interfase.

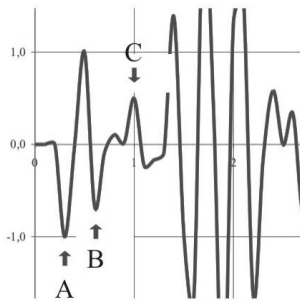


Figura 2. Particular de la porción inicial de la suma de las ondas a la figura 1 (da Di Francesco *et al.* 2005). A y B indican los puntos de ingreso de las ondas parásitos, C de la señal correcta.

Pero, si la teoría prevee esto, la práctica a veces demuestra condiciones diferentes, en función de complejas condiciones de variaciones laterales de densidad/velocidad. En referencia a la figura 2 es evidente como el ingreso de la señal de dos ondas parásitos A y B determinan la indeseada anticipación del punto real de primera llegada C. En cada caso las ondas parásitos logran anticiparse a la verdadera refracción por algunos sensores, más allá de lo

cuales las mismas aparecen como una simple perturbación de la señal registrada.

La metodología desarrollada en original y propuesta por primera vez en manera exhaustiva, puede ser sintetizada como se ilustra en el diagrama de flujo visto en la figura 3.

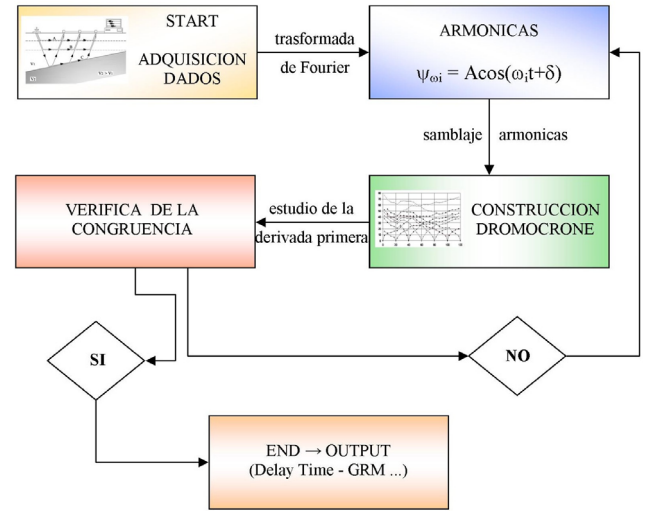


Figura 3. Diagrama de flujo relativo al análisis de los tiempos de primera llegada.

Terminada la fase de adquisición de datos, el punto de partida prevee la descomposición de cada sismógramos mediante aplicaciones de la transformada de Fourier, considerando que una posible solución a la ecuación 4 es dada por:

$$\Phi_{(x,t)} = A \cos(kx + \delta) \text{sen}(\omega t + f) \quad (6)$$

que representa la ecuación general del movimiento en función de lo espacio x y del tiempo t . El primer termino de la ecuación 6 es igual a 1 por la condición inicial $x = \delta = 0$. En la ecuación 6:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (7)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8)$$

representan la pulsaciones angulares y el número de ondas. Esto significa que por cada amplitud de onda tendremos una función sinusoidal o cosinusoidal definida armónica, caracterizada en amplitud, frecuencia y fase; la suma de una serie discreta de armónicas produce el impulso de partida registrado:

$$I = \sum_{i=1}^n \Phi_{\omega_i} = \sum_{i=1}^n A \cos(\omega_i t + \delta) \quad (9)$$

En la ecuación 9, Φ_{ω_i} representa una onda progresiva con pulsaciones angulares que dependen de la frecuencia i -esima, mientras δ es la fase. Pero

si por lo general son suficientes pocas armónicas para replicar la señal registrada, en la funciones propuestas vienen utilizadas hasta 60 armónicas, desde el momento que para una sísmica a doce sensores y siete impulsos es necesario analizar hasta 5040 armónicas, cada una con un propio tiempo de primera llegada. El paso sucesivo será la construcción en serie de las dromocrone según el método clásico, pero utilizando todas las armónicas analizadas, lo cual conlleva ensamblaje de un número elevado de gráficos. Un análisis interactivo de todos los gráficos permite la individualización de la correcta combinación, desde el momento que una y una sola combinación respetará las condiciones iniciales “a” y “b”. El paso final, definido “verificación de la congruencia”, consiste en la verificación de los cálculos ejecutado mediante el estudio de la primera derivada aplicada a las señales utilizadas:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{oi} = -A \omega \sin(\omega t + \delta) \quad (10)$$

desde el momento que el ingreso en la señal de la refracción correcta C corresponde a una evidente variación en la primera derivada.

2.3 Ulteriories funciones

Cualquiera operación sobre los terrenos, como la realización de un levantamiento, de una excavación o de un túnel, determina siempre una variación en el tiempo y en el espacio de las propiedades elásticas del medio, por lo tanto las caracterizaciones de un sitio requiere la determinación de los módulos dinámicos. En efecto, la utilización de más sensores triaxiales, capaz de registrar ondas longitudinales y ondas de corte, polarizadas sobre planos mutuamente ortogonales, permite obtener los parámetros antes dichos mediante las siguientes ecuaciones (Carrara *et al.* 1999):

$$E_d = V_S^2 \rho \left[\frac{3V_P^2 - 4V_S^2}{V_P^2 - V_S^2} \right] \quad (11)$$

$$v_d = \left[0.5 \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^2 - 1 \right] / \left[\left(\frac{V_P}{V_S} \right)^2 - 1 \right] \quad (12)$$

Por consiguiente, varios registros en el tiempo de ondas impulsivas permite evaluar cuantitativamente las variaciones elásticas, desde el momento en que las ondas, consideradas como sumatoria de un número infinito de armónicas, viajan con la velocidad de fase definida por la “relación de dispersión”:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{k} = f\lambda = \frac{\lambda}{T} \quad (13)$$

que se obtiene de la combinación de las ecuaciones 7 y 8. Por consiguiente k y ω son ligadas a la relación de dispersión, por lo ave la existencia de una banda de frecuencias $\Delta\omega$ implica una correspondiente banda Δk de números de onda (Boschi & Dragoni 2000); esto conlleva que la velocidad de grupo del paquete de ondas incide en la amplitud de cada una de las componentes armónicas. En definitiva, para un medio determinado, considerada constante la velocidad del paquete de ondas, la amplitud de ondas y la frecuencia resultan inversamente proporcionales. Pero al variar las características del medio se puede notar una variación de velocidad directamente proporcional a la frecuencia. Y tal fenómeno, por el cual a las máximas frecuencias estan asociadas las mayores velocidades de propagación, es conocido con el nombre de “dispersiones anómalas”.

3 UN CASO PARA ESTUDIAR

Para poder ilustrar el método propuesto se presenta el estudio de una derrumbe (figura 4) que ha implicado terrenos de detrito (*colluvium*) y el inferior substrato constituido por arcillas estructuralmente complejas (Formación de la Laga, 5 millones de años).

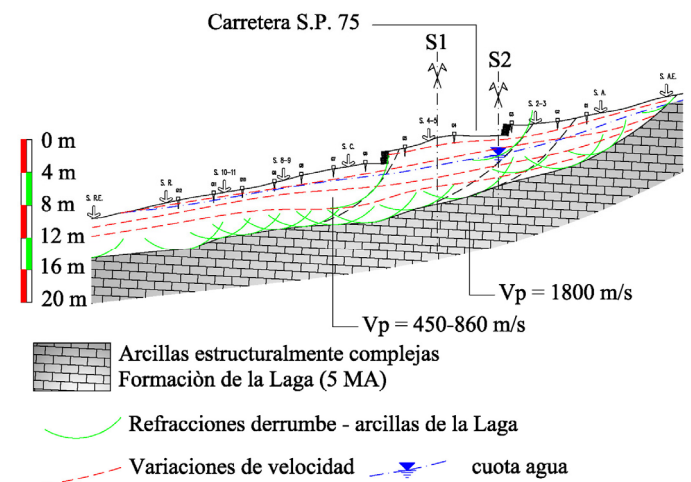


Figura 4. Secciones estratigráficas del derrumbe estudiado en la implicación de la sede de la carretera S.P. 75 (Italia).

Las prospecciones sísmicas, en función de la notable diferencia de impedancia característica entre los medios, ha permitido reconstruir con un elevado detalle la geometría de la superficie del derrumbamiento, por lo que ha sido descubierto el desmembramiento del derrumbe en varios sub-cuerpos. La caracterización geotécnica y el

monitoreo topográfico y piezométrico del subsuelo han evidenciado una correlación entre el derrumbe y las variaciones climáticas de las condiciones de saturación, de forma tal de sugerir proyectar zanjas de drenaje. La ejecución en las pruebas de laboratorio y en la aplicación de las ecuaciones 11 y 12, finalmente han permitido la caracterización mecánica y dinámica de los terrenos investigados, como el resumen de las tablas 1 y 2:

Tabla 1. Principales características geotécnicas.

	γ_n [kN/m ³]	c' [kPa]	ϕ' [°]	ψ [°]	E' [MPa]	ν
Derrumbe	20.4	7	28.3	0	7.1	0.38
Substrato	21.6	50	34	15	150	0.22

Tabla 2. Principales características dinámicas.

	ρ [kN/m ³]	V_p [m/s]	V_s [m/s]	Z_p [kN/m·s]	E_d [MPa]	ν_d
Derrumbe	20.4	700	340	14280	6067	0.34
Substrato	21.6	1800	1050	38880	59159	0.24

donde Z_p es la la impedancia característica basada en las ondas P, tal como:

$$Z_{\text{substrati}} / Z_{\text{derrumbe}} = 38.880 / 14.280 = 2.72 \quad (14)$$

justifica la ventaja de operar con metodologías basadas en la refracción de ondas impulsivas.

3.1 Consideraciones teóricas

El análisis de la eficacia de las canales de drenaje toma principio de la constatación que la densidad de los terrenos depende de las condiciones de saturación y de las relaciones entre la estructura sólida y los vacíos, además de ser función de la profundidad. Esta ultima constatación, tomada con fundamento del algoritmo propuesto, conlleva a que los impulsos no se propagan según ondas esféricas, sino por ondas elípticas, con el eje mayor vertical paralelo al eje z. Ya que además la construcción de zanjas de drenaje conlleva el desarrollo de la consolidación, la velocidad debe ser considerada una función compuesta. Pues esto implica que, para un medio transversalmente isótropo sujeto a consolidaciones, la ecuación de continuidad asume la forma de:

$$K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{(1+e)} \left[S \frac{\partial e}{\partial t} + e \frac{\partial S}{\partial t} \right] \quad (15)$$

claramente depende de la saturación S y del índice de los vacíos e . Pero si como la densidad es:

$$\rho = (1-n) \cdot \gamma_s + (n \cdot \gamma_w \cdot S) \quad (16)$$

y considerando que V es dependiente da ρ :

$$\rho = \rho(z, e, S, t) \quad (17)$$

$$V = V(x, z, e, S, t) \quad (18)$$

Una posible ecuación que represente parcialmente la dependencia expresada de la 18, puede asumir la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = V_x^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + V_z^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \quad (19)$$

donde la solución puede ser del tipo:

$$\chi_{(x,z,t)} = A \cos(kx + \delta) \cos(kz + \delta) \text{sen}(\omega t + f) \quad (20)$$

Esto conlleva que:

$$V_x^2 + V_z^2 = \frac{\omega^2}{k^2} \quad (21)$$

Pero, ya que por las condiciones impuestas debe verificarse:

$$V_z \geq V_x \Rightarrow V_z = m \cdot V_x, \forall (m \geq 1); m \in \mathfrak{R}^+ \quad (22)$$

agregando $\omega^2/k^2 = a^2$ en la ecuación 21 y dividiendo todo por a obtendremos la ecuación de una elipse:

$$\frac{V_z^2}{a^2} + \frac{m \cdot V_x^2}{a^2} = 1 \quad (23.1)$$

$$\frac{V_z^2}{a^2} + \frac{V_x^2}{b^2} = 1 \quad (23.2)$$

como demostración de las hipótesis iniciales. En particular tenemos que $a^2 > b^2$, con $\pm a^{1/2}$ e $\pm b^{1/2}$ que representan los puntos de intersección de la elipse con los ejes cartesianos y $c = \pm[(a^2 - b^2)^{1/2}, 0]$ individualiza las coordenadas de los focos (figura 5).

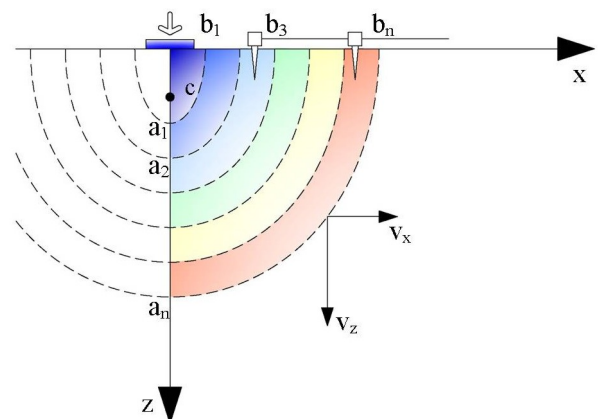


Figura 5. Modalidad de propagación de ondas elípticas.

El monitoreo geofísico requiere una relación entre las variaciones de velocidad y la eficiencia de las zanjas de drenaje, dependiendo de la posición y del tiempo (Desideri *et al.* 1997). Comparando el terreno con un sistema trifásico, es necesario considerar la presencia de tres medios continuos que ocupan la misma región de espacio y interactúan repartiéndose la propagación de un impulso. Podemos simplificar el problema considerando tres ondas desacomodadas, provenientes del mismo impulso, que se propagan a través de la estructura sólida (s), el agua (w) y el aire (a) contenida en los poros:

$$V_{(z,t)} = \left[(1 - n_{(z,t)}) \sqrt{\frac{E_t}{\rho_t}} (kz) \right] + \left[n_{(z,t)} \cdot S_{(z,t)} \sqrt{\frac{K_w}{\rho_w}} \right] + \left[n_{(z,t)} (1 - S_{(z,t)}) \sqrt{\frac{K_a}{\rho_a}} \right] \quad (24)$$

E e K indican los módulos elásticos y volumétricos, mientras el termino (kz) una posible relación lineal con la profundidad. A este punto, la solución podría ser finalmente obtenida resolviendo en serie las ecuaciones 15, 24 y 21. Es decir, podemos simular el recorrido en el tiempo y en el espacio del proceso de consolidación, para después introducir la variación de las condiciones de saturación y de porosidad en las sucesivas ecuaciones, prediciendo el perfil de la velocidad de referencia del subsuelo.

En consecuencia, la ejecución de prospecciones sísmicas permite poder evaluar la condición de eficiencia de las zanjas de drenaje, en relación a las variaciones de la velocidad y en función de la relación de dispersión. En el caso en discusión, con $e = 0.759$, $n = 43.1\%$ y $S = 98\%$, imponiendo que la eficiencia final alcance el valor del 80%, se obtiene que la saturación final será $S_f = 0.196$ mientras la velocidad variará como muestra la figura 6.

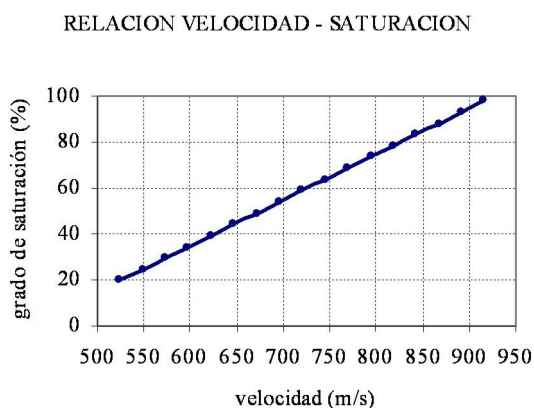


Figura 6. Gráfico relativo a la variación de la velocidad en función del grado de saturación, por un determinado valor de densidad.

4 CONCLUSIONES

La sísmica a refracción hacia 1925 asumió una función esencial en la geofísica aplicada al estudio del subsuelo (Sankar *et al* 2000) y aproximadamente en 80 años de evolución el elemento retenido esencial, la individualización de los tiempos de primera llegada, nunca fue discutido.

Por lo tanto, fue ejecutado un nuevo examen teórico de la sísmica de refracción seguido por la presentación de un algoritmo original, que consiente una mejor resolución de la geometría y de los perfiles de velocidad del subsuelo.

En fin, fue presentado un caso estudiado aplicado a un derrumbe y al monitoreo en curso de operaciones de las obras de consolidación, evidenciando que cualquier operación conlleva la variación de las propiedades inerciales y elásticas de los terrenos. Esto ha necesitado el análisis de la propagación de los impulsos en medios transversalmente isótropos, caracterizados por incremento de la densidad con la profundidad y por variaciones en el tiempo, conduciendo a la hipótesis de ondas elípticas. En fin, fue obtenida una ecuación que vincula la variación de la saturación con el perfil de la velocidad, útil en los casos de ejecuciones de zanjas de drenaje.

BIBLIOGRAFIA

- Boschi E., Dragoni M., 2000. *Sismologia*. UTET, Torino (Italia).
- Carrara E., Rampolla A., Roberti N., 1999. *Le indagini geofisiche per lo studio del sottosuolo: metodi geoelctrici e sismici*. Liguori Editore, Napoli (Italia).
- Desideri A., Miliziano S., Rampello S., 1997. *Drenaggi a gravità per la stabilizzazione dei pendii*. HEVELIUS EDIZIONI srl, Benevento (Italia).
- Di Francesco R., Siena M., Di Biagio A., Valente A., 2005. *Considerazioni sui tempi di primo arrivo nell'utilizzo della sísmica a rifrazione: alcune case histories nell'ambito della progettazione stradale*. XXIV Convegno Nazionale Gruppo Nazionale di Geofísica della Terra Solida, Roma (Italia).
- Sankar K. N., Hari P. P., Shamsuddin S., 2000. *Geophysical Prospecting for Groundwater*. A.A. Balkema, Rotterdam (Netherlands).
- Serra P., Tinti S., 1984. *Complementi di Fisica I*. Zanichelli Editore Spa, Bologna (Italy).