

Proposta di un modello semplificato per la formazione delle strutture tettoniche

Romolo Di Francesco, Libero professionista (www.romolodifrancesco.it)

Piero Farabollini, Università degli Studi di Camerino

Termini chiave:

Comportamento fragile,
comportamento duttile,
risposta meccanica

Keywords:

*Brittle behavior,
ductile behavior,
mechanical response*

Riassunto

La formazione delle faglie e delle pieghe è sempre stata spiegata invocando modelli separati che assumono un comportamento elasto-fragile nel primo caso e duttile (tempo-dipendente) nel secondo; in realtà il problema non può essere semplificato nel modo descritto, in quanto sia le faglie che le pieghe possono formarsi all'interno della stessa roccia in funzione delle medesime sollecitazioni tettoniche.

Dopo una breve dissertazione sulle applicazioni della meccanica classica nella formazione delle faglie e delle pieghe, viene proposto un semplice modello di analisi (puramente teorico) basato sullo studio della deformazione plastica in funzione di un assegnato cedimento; in tal modo lo spessore della roccia influenza in maniera determinante il comportamento della stessa conducendo all'individuazione di un valore critico che, individuando una rottura elasto-fragile, separa la risposta elastica da quella duttile.

Dal modello emerge che l'insieme dettato dallo spessore e dalle caratteristiche elastiche

della roccia, influenza la rigidità conducendo a risposte differenziate in funzione degli stress tettonici.

Abstract

The formation of faults and folds has always been explained by invoking separate models that assume an elastic-brittle behavior in the first case and ductile (time-dependent) in the second; in fact the problem can not be simplified in the manner described, since both the faults that the folds may be formed within the same rock in function of the same tectonic stresses.

After a brief dissertation on the applications of classical mechanics in the formation of faults and folds, it is proposed a simple analysis model (purely theoretical) based on the study of plastic deformation as a function of an assigned failure; thus the thickness of the rock influence in a determining way the behavior of the same leading to the identification of a critical value, identifying a break elasto-brittle, separates the elastic response from that ductile.

Dissesti
e alluvioni

Rischio
sismico

Risorsa
acqua

Attività
estrattive

Geoscambio
ed energie

Università
e ricerca

Pianificazione

Bonifiche siti
inquinati e
discariche

Protezione
civile

Professione
& Società

**Il Geologo
progettista**

Geositi,
Geoparchi
& Geoturismo

From the model it shows that the set dictated by the thickness and the elastic characteristics of the rock, influence the stiffness leading to different responses as a function of the tectonic stresses.

Introduzione

È comunemente accettato, sia in ambito geologico e sia meccanico, che le rocce possano avere un comportamento tenso-deformativo di tipo dualistico che, sostanzialmente, viene fatto dipendere dalla finestra temporale di osservazione dei fenomeni che le modificano (GRIFFITH, 1924; SHOLZ, 1968; JAEGER, 1969; SIBSON, 1975; DAVIS & REYNOLD, 1984 CUM BIB.; MERCIER & VERGELY, 1995).

Alla base di tale particolare comportamento vi è l'assunzione che la risposta meccanica alle sollecitazioni possa essere di tipo:

- elasto-fragile per fenomeni la cui durata è comparabile con la scala della vita umana e che implica una brusca rottura della roccia (**Fig. 1a**);
- duttile per fenomeni di durata comparabile con la scala dei fenomeni geologici che invece conduce al piegamento delle rocce (**Fig. 1b**).

Tuttavia è anche vero, però, che nell'ambito degli stessi processi geologici si assiste sia al piegamento che alla fagliazione delle rocce dimostrando che il comportamento tenso-deformativo dei geomateriali competenti non può essere banalizzato nel modo delineato ma deve essere inquadrato in una teoria organica unificata. Una roccia, infatti, viene considerata fragile quando il processo di deformazione arriva fino alla rottura attraverso lo sviluppo, per esempio, di faglie e fratture; viene invece considerata duttile quando è capace di accumulare grandi deformazioni permanenti senza rompersi, cioè senza che si producano discontinuità fisiche al suo interno. Analogamente la deformazione delle rocce, infatti, si sviluppa in campo *fragile* quando i valori di P e T sono quelli caratteristici delle condizioni pre-metamorfiche che si ritrovano generalmente nella crosta superiore e in campo *duttile* quando le condizioni chimico-fisiche in cui si realizza l'evento deformativo sono definite da valori di P e T caratteristici di ambienti metamorfici (RAMSAY, 1967; HOBBS ET ALII, 1976; CELLO, 2004).

In natura pertanto una stessa roccia può

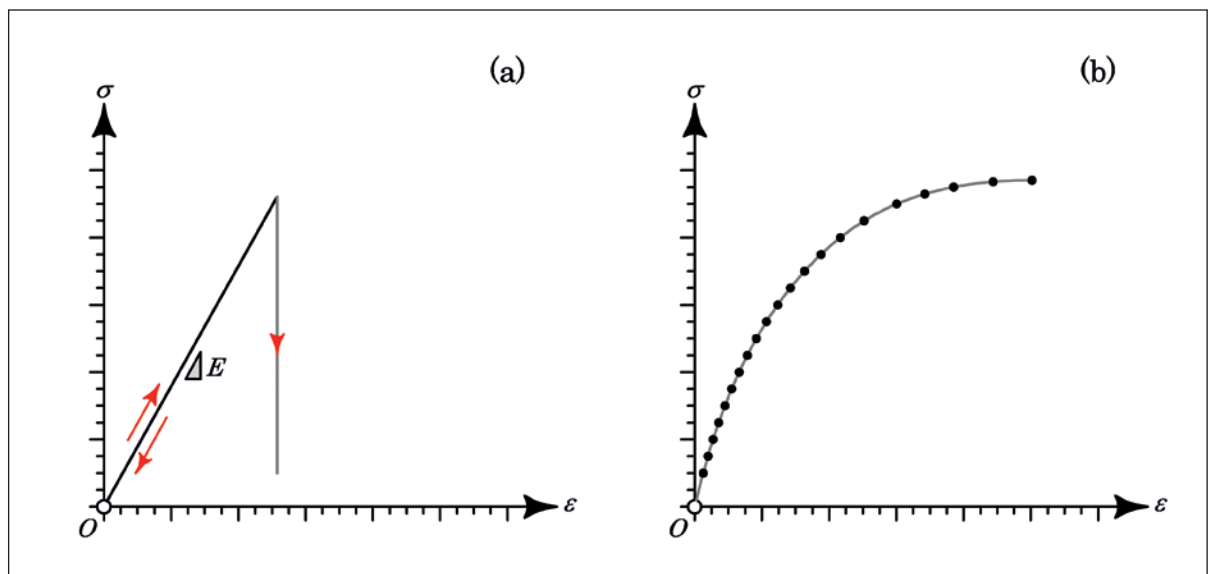


Fig. 1 - Definizione canonica del comportamento meccanico delle rocce: a) con rottura elasto-fragile, responsabile della genesi delle faglie e delle fratture; b) con deformazione duttile, relativa alla formazione delle pieghe.

deformarsi in entrambi i modi in dipendenza da una serie di fattori che controllano le condizioni deformative locali: si possono produrre così faglie piccole che rappresentano un comportamento fragile localizzato all'interno del piegamento così come anche faglie a carattere regionale che si realizzano per effetto di deformazioni più ampie (ad esempio quelle per il moto delle placche litosferiche conseguente alla dissipazione del calore interno della Terra).

Meccanica classica delle rocce

Un generico campione di roccia presente all'interno della litosfera, supposto di dimensioni infinitesime affinché siano applicabili le equazioni integro-differenziali della meccanica dei mezzi porosi, è sottoposto a sollecitazioni complesse rappresentate da un tensore doppio a 9 componenti:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

Occorre però considerare, come emerge dalla struttura stessa della matrice (1), che esistono simmetrie matematiche che consentono di scalare le componenti del tensore a 6 indipendenti, rispetto alla diagonale principale lungo la quale sono presenti gli sforzi assiali di compressione o trazione (DI FRANCESCO, 2012):

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ & \sigma_y & \tau_{yz} \\ & & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

D'altra parte, sia sufficiente riflettere sul fatto che, se l'equilibrio alla traslazione del generico campione presente all'interno delle rocce è sempre garantito dallo stato di confinamento, l'equilibrio

alla rotazione richiede che i momenti di I ordine siano sempre equilibrati attraverso le seguenti eguaglianze:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \end{aligned} \quad (3)$$

Nella meccanica classica è inoltre introdotta un'ulteriore limitazione dettata dall'assimilazione delle rocce ad un problema elastico di deformazione piana valido, però, nel solo caso della simmetria geometrica di **fig. 2**; in questo caso si dimostra essere assenti le sollecitazioni tangenziali, mentre quelle normali assumono il loro valore massimo ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 = 0$) e sono relazionate tra loro attraverso una costante di proporzionalità di tipo K_0 :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_v \cdot K_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Occorre poi considerare che le rocce della litosfera sono soggette anche a condizioni di pressione e temperatura crescenti con la profondità, potendo rimanere allo stato solido e in campo elastico anche per elevati stati di sollecitazione litostatica + tettonica (HOBBS ET ALII, 1976). Una volta superata la soglia elastica il comportamento è convenzionalmente essere assunto di due tipi:

- 1) elastofragile, valido soprattutto per rocce prossime alla superficie terrestre per le quali la curva sforzi-deformazioni è approssimativamente lineare conducendo ad una brusca rottura con conseguente caduta della tensione (**Fig. 1a e Fig. 3a**);
- 2) duttile, per rocce confinate ad alte profondità, con incremento non lineare delle deformazioni all'aumentare degli sforzi senza che necessariamente sia raggiunta la condizione ultima di rottura (**Fig. 1b e Fig. 3b**).

Esistono anche casi in cui rocce intensamente piegate possono subire il superamento locale della resistenza ultima con le pieghe che evolvono verso le faglie (**Fig. 3c**); allo stesso modo possono esistere anche pieghe formatesi in profondità che evolvono nella rottura fragile per emersione in prossimità della superficie terrestre (WOJTAL & MITRA, 1986; PRICE & COSGROVE, 1990; CALAMITA ET ALII, 1994; MERCIER & VERGELY, 1995).

La rottura fragile nella meccanica delle faglie dirette

Per faglia s'intende una frattura della litosfera lungo la quale si verificano scorrimenti tangenziali sotto l'azione di un assegnato campo tensionale, quest'ultimo dato dalla pressione litostatica (che varia con un gradiente medio di circa 30 MPa/km) e dagli sforzi tettonici orientati; inoltre, è usualmente accettata l'idea che le faglie dirette siano

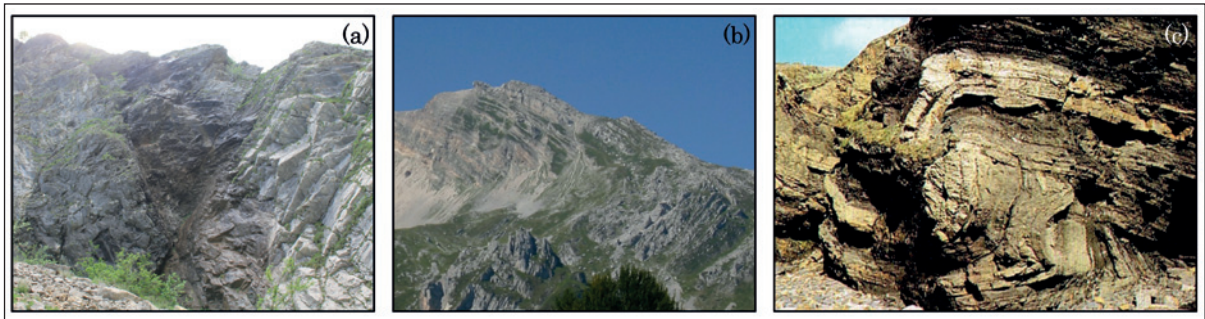


Fig. 4 – a) stato tensionale di riferimento per l'analisi della formazione delle faglie dirette; b) compressione per carico per incremento del solo sforzo verticale; c) compressione per scarico per diminuzione dello sforzo orizzontale; d) trazione orizzontale.

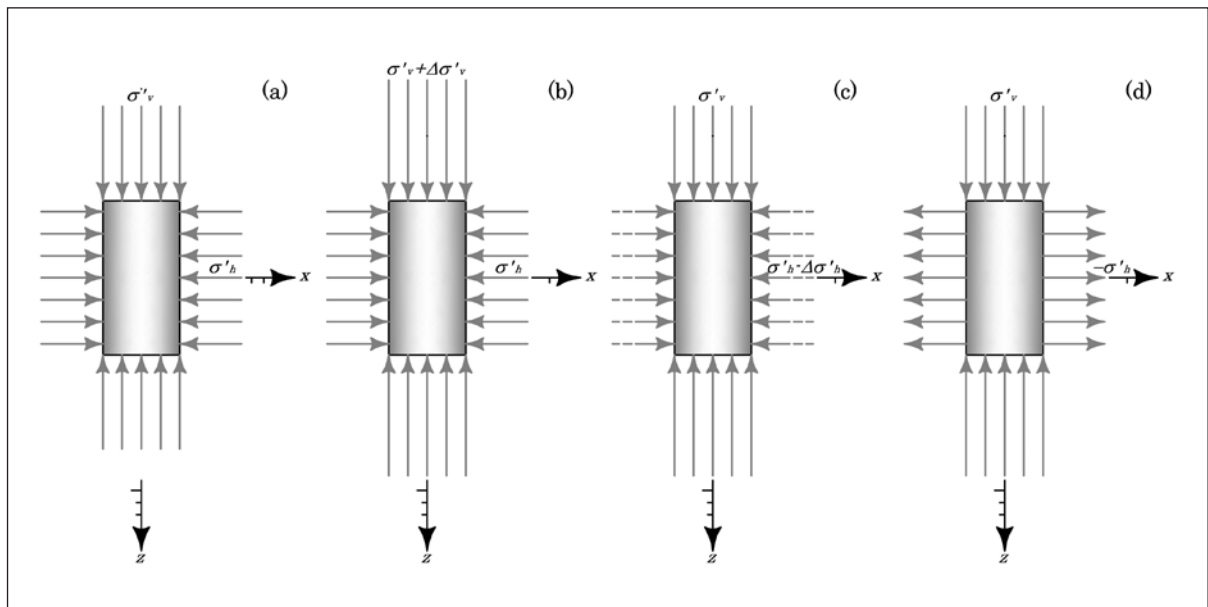


Fig. 4 – a) stato tensionale di riferimento per l'analisi della formazione delle faglie dirette; b) compressione per carico per incremento del solo sforzo verticale; c) compressione per scarico per diminuzione dello sforzo orizzontale; d) trazione orizzontale.

originare in campo distensivo e quelle inverse in campo compressivo (MEANS, 1976; BARLA, 1974; BOCCALETTI & TORTORICI, 1987; BOSCHI & DRAGONI, 2000).

Quale punto di partenza dell'analisi è stata considerata la condizione di prima rottura della roccia (roccia indeformata) e l'assenza della fase fluida, in maniera tale da poter eliminare nel modello il problema dello scorrimento tangenziale lungo il piano di faglia ed utilizzare un unico mezzo continuo corrispondente al solo scheletro solido; quindi, l'ipotetico provino di **fig. 4** è come se fosse sottoposto a sollecitazioni litostatiche, rispondenti alle leggi del tensore (4), espresse in funzione del principio delle tensioni efficaci pur in assenza della fase fluida.

Trascurando per semplicità il problema della rottura per trazione di **fig. 4d**, occorre rilevare che la formazione di una faglia può avvenire per ulteriori due meccanismi:

- per incremento del solo sforzo verticale (**fig. 4b**);
- per decremento del solo sforzo orizzontale (**fig. 4c**).

Focalizzando l'attenzione sul secondo modello, dal momento che il primo in geologia può essere considerato puramente teorico, occorre riferirsi – ad esempio – ai meccanismi di apertura del Tirreno causati da una rotazione antioraria della penisola italiana a partire dal Miocene medio; tali meccanismi rotazionali hanno provocato stiramenti e assottigliamento della crosta terrestre fino alla sua lacerazione, con la conseguenza che la stessa aumenta di spessore allontanandosi dal centro del Tirreno e spostandosi verso la catena appenninica (bibliografia).

Quale diretta conseguenza dei citati movimenti tettonici, le piattaforme carbonatiche che costituiscono l'ossatura degli Appennini si trovano – verso il margine tirrenico – ribassate da una serie di faglie (BOCCALETTI & TORTORICI, 1987; SCANDONE, 1991) dimostrando che il meccanismo di genesi delle faglie dirette di **Fig. 4c** è presumibilmente il più probabile rispetto alla trazione pura di **Fig. 4d**.

Proseguendo con l'analisi degli stati tensionali di **Fig. 4b-c** occorre poi riferirsi al piano dei cerchi di

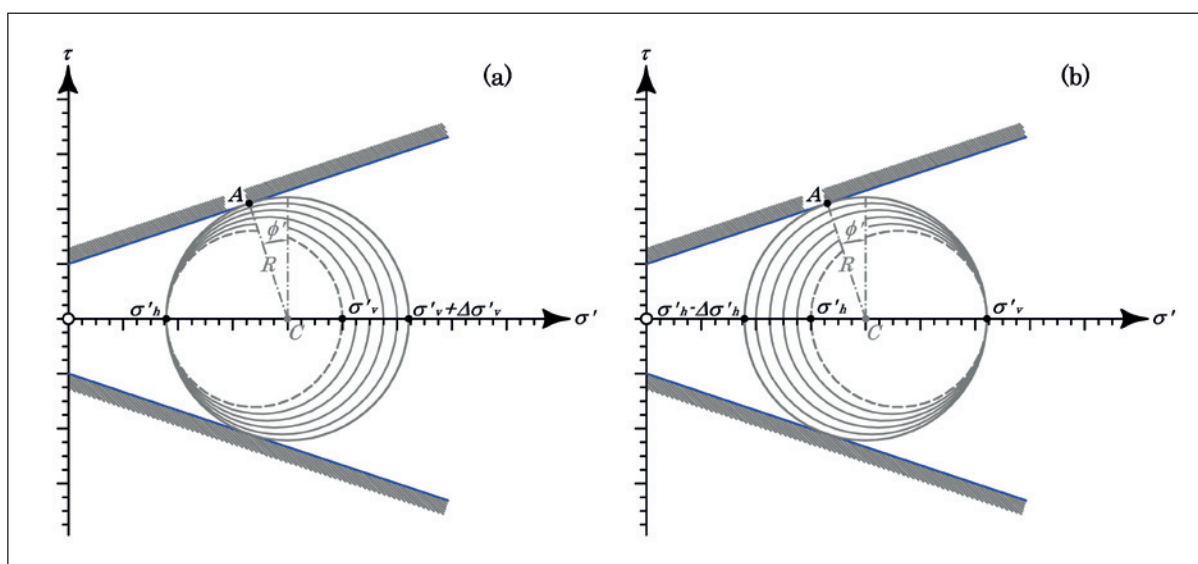


Fig. 5 – a) l'incremento dello solo sforzo verticale di **Fig. 4b** produce una serie di cerchi di Mohr fin quando non è intercettata la superficie di snervamento; b) il medesimo risultato si osserva anche nel caso della diminuzione del solo sforzo orizzontale di **Fig. 4c**.

Mohr di Fig. 5, nella quale sono analizzati gli effetti dell'incremento dello sforzo verticale (Fig. 5a) e del decremento dello sforzo orizzontale (Fig. 5b) a partire dallo stato iniziale dettato dalle sollecitazioni di Fig. 4a (cerchio in tratteggio); in entrambi i casi lo stato tensionale evolve per infiniti cerchi di Mohr, fin quando non raggiunge la condizione di criticità dettata dalla coppia $\sigma'_v + \Delta\sigma'_v + \sigma'_h$ o $\sigma'_v + \sigma'_h - \Delta\sigma'_h$ che intercetta la superficie di snervamento relativa al criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

Infine, ricordando le proprietà geometriche del piano dei cerchi di Mohr ed in particolare la posizione del polo, si giunge all'individuazione dell'inclinazione del piano di faglia rispetto al piano orizzontale:

$$\theta = 45^\circ + \frac{\phi'}{2} \quad (5)$$

il quale risulta essere unico per entrambi i meccanismi analizzati.

In definitiva, la genesi delle faglie dirette rispetta un meccanismo di "rottura attiva" ed un comportamento elastofragile che può essere agilmente analizzato con le equazioni proprie della deformazione piana a loro volta differenziate in funzione delle sollecitazioni di Fig. 4b o Fig. 4c:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_v \\ \varepsilon_h \end{Bmatrix} = \frac{(1+\nu)}{E} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu \\ \nu & (1-\nu) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma'_v + \Delta\sigma'_v \\ \sigma'_h \end{Bmatrix} \quad (6a)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_v \\ \varepsilon_h \end{Bmatrix} = \frac{(1+\nu)}{E} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu \\ \nu & (1-\nu) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma'_v \\ \sigma'_h - \Delta\sigma'_h \end{Bmatrix} \quad (6b)$$

In pratica, una volta stabilita sperimentalmente la legge di snervamento della roccia, le

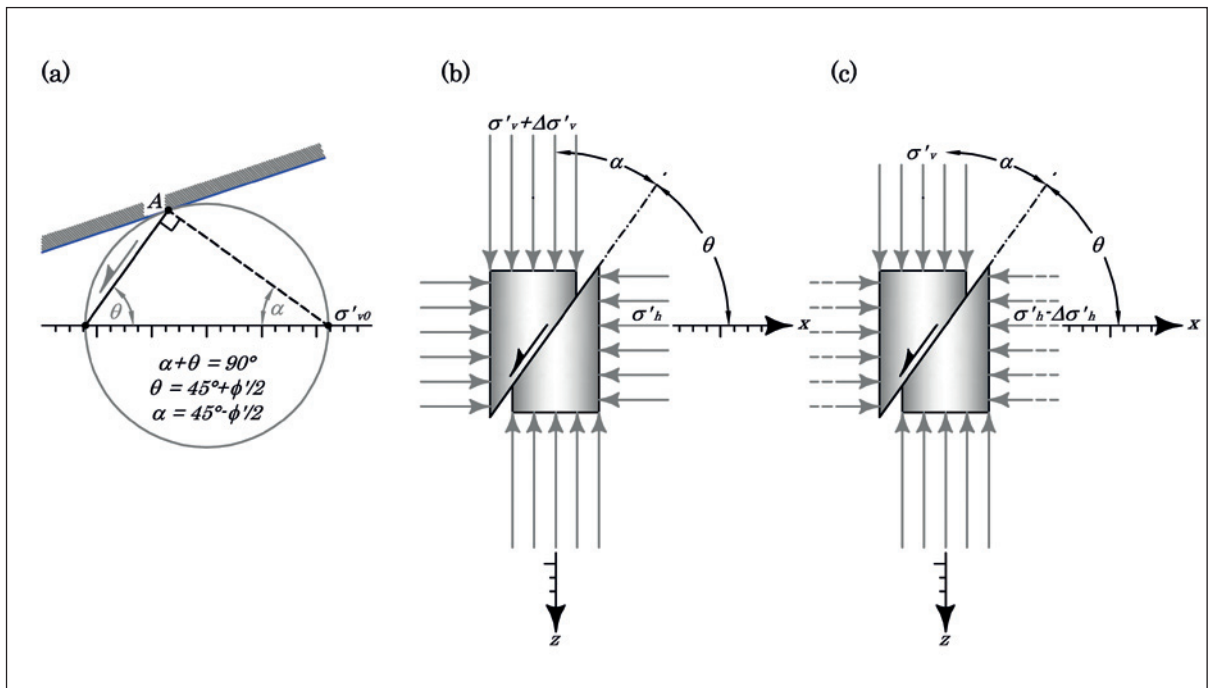


Fig. 6 – a) le proprietà geometriche dei cerchi di Mohr consentono di individuare il piano di rottura comune agli schemi di Fig. 5; b-c) proiezione del piano di rottura nei provini di Fig. 4b-c.

equazioni (6) e la figura 1a dettano la progressione della deformazione fino al raggiungimento del punto di rottura con formazione di una faglia diretta definibile, secondo l'equazione (5), ad alto angolo.

La rottura fragile nella meccanica delle faglie inverse

La procedura descritta precedentemente può essere estesa anche all'analisi della formazione delle faglie inverse il cui punto di partenza è dato dalle sollecitazioni di Fig. 7a, dettate dall'incremento della tensione orizzontale (per sforzo tettonico orientato) in presenza della componente verticale costante.

Procedendo con la medesima metodologia vista con le faglie inverse, la fig. 7b illustra il cerchio di Mohr che attinge la superficie di snervamento e, unitamente alla fig. 7c, la geometria assumibile dalla superficie di faglia (in funzione della posizione del polo invertita rispetto a fig. 6) che assume la seguente inclinazione:

$$\theta = 45^\circ - \frac{\phi'}{2} \tag{7}$$

Evidentemente, nel caso delle faglie inverse si verifica un meccanismo di "rottura passiva" capace di produrre piani di faglia a basso angolo, mentre le equazioni che governano la rottura sono:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_v \\ \varepsilon_h \end{Bmatrix} = \frac{(1+\nu)}{E'} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu \\ \nu & (1-\nu) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma'_v \\ \sigma'_h + \Delta\sigma'_h \end{Bmatrix} \tag{8}$$

In conclusione, le faglie inverse sono sempre meno inclinate di quelle dirette, sviluppano superfici maggiori e lo scorrimento che ne deriva richiede sforzi superiori rispetto alle prime.

La deformazione duttile nella meccanica delle pieghe

Il comportamento duttile delle rocce può essere spiegato introducendo nei modelli il fattore tempo, che a sua volta conduce all'introduzione dei mezzi viscoelastici i quali subiscono una lenta modifica del proprio assetto strutturale interno anche in presenza di sollecitazioni costanti.

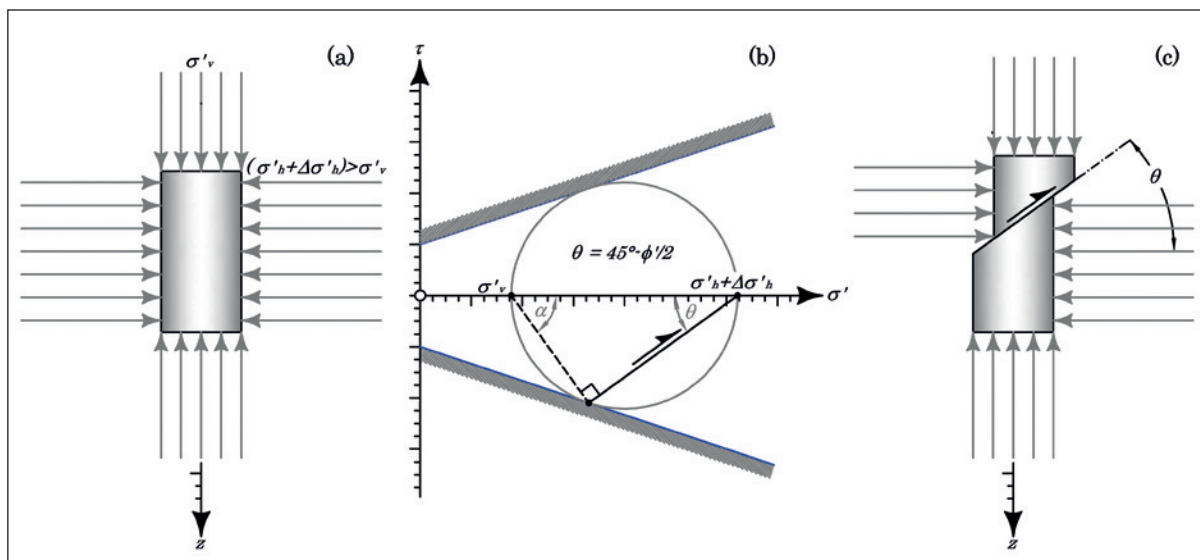
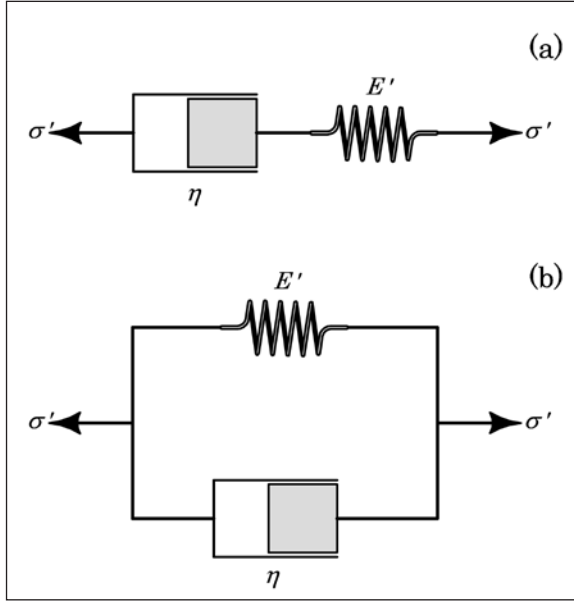


Fig. 7 – a) campo di sforzi capace di produrre la genesi di una faglia inversa; b) rappresentazione del cerchio critico nel piano di Mohr; c) identificazione dei rapporti geometrici relativi al piano di faglia.

Fig. 8 – I modelli viscoelastici possono essere espressi mediante un sistema molla+smorzatore connessi: **a)** in serie nella legge di Maxwell; **b)** in parallelo nella legge di Kelvin-Voigt.



La formulazione degli strumenti fisico-matematici, necessari per lo studio di una legge costitutiva tempo-dipendente, può essere attuata attraverso una strategia semplificata che fa leva su due modelli di riferimento: il solido elastico di Hooke e il liquido viscoso di Newton (DI FRANCESCO, 2012). Il primo raggiunge, sotto l'azione delle sollecitazioni tettoniche, una condizione di equilibrio differente da quella iniziale, grazie all'immagazzinamento dell'energia di deformazione a sua volta proporzionale all'energia spesa dal lavoro esterno prodotto dagli sforzi applicati; inoltre, alla rimozione delle sollecitazioni recupera la forma originaria.

Al contrario, i fluidi viscosi manifestano le sole deformazioni irreversibili, dal momento che l'energia di deformazione è continuamente dissipata sotto forma di calore, tanto da dare luogo a processi termodinamicamente non invertibili.

Limitando l'attenzione ai modelli più semplici occorre innanzitutto riferirsi alla Fig. 8a, nella quale è illustrato il modello di Maxwell secondo il quale

uno sforzo produce una deformazione data da un'aliquota elastica (ϵ_e) e da un'aliquota viscosa (ϵ_v) in funzione della viscosità del mezzo (η):

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \epsilon_e + \epsilon_v = \frac{d\sigma}{E'} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (9)$$

Allo stesso modo, il modello di Kelvin-Voigt di Fig. 8b conduce alla seguente formulazione:

$$\frac{\sigma}{E'} = \epsilon_e + \frac{\eta}{E'} \frac{d\epsilon}{dt} \quad (10)$$

L'applicazione alla genesi delle pieghe delle equazioni (9) e (10) richiede la simulazione di prove di creep, nelle quali lo sforzo è mantenuto costante, che conducono con poche manipolazioni matematiche rispettivamente a:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E'} + \frac{\sigma}{\eta} t \quad (11a)$$

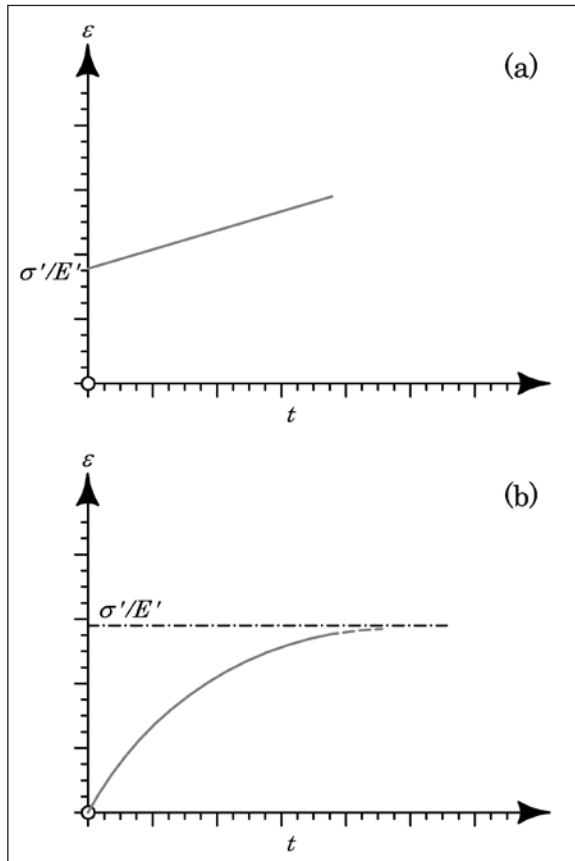
$$\epsilon = \frac{\sigma}{E'} \left(1 - e^{-\frac{E'}{\eta} t} \right) \quad (11b)$$

La fig. 9 illustra infine i risultati offerti dai due modelli secondo i quali:

- nel modello di Maxwell, la deformazione è data dalla somma di un'aliquota elastica istantanea e di un'aliquota dovuta allo scorrimento viscoso che varia con legge lineare;
- nel modello di Kelvin-Voigt, la deformazione (non lineare) raggiunge un comportamento puramente elastico solo per $t \rightarrow \infty$.

Tuttavia occorre comunque dare una spiegazione al perché le faglie prendono origine dalle medesime sollecitazioni che producono le pieghe, ovvero, a partire da una roccia indeformata, quando gli sforzi tettonici producono faglie e quando invece producono pieghe. Evidentemente il problema non può dipendere soltanto dal fattore tempo, dovendo esistere ulteriori meccanismi che influenzano il comportamento delle rocce.

Fig. 9 – Prove di creep simulate con: a) il modello di Maxwell; b) il modello di Kelvin-Voigt.



Un semplice modello di meccanica delle rocce

Si consideri l'ipotetico dispositivo sperimentale di fig. 10, nel quale una generica roccia di spessore H è sottoposta ad una sollecitazione orientata nel piano orizzontale tale da riprodurre gli sforzi tettonici.

In tale contesto la variazione complessiva di spessore della roccia sarà:

$$\Delta H^{ep} = \Delta H^e + \Delta H^p \quad (12)$$

Le singoli componenti saranno invece:

$$\Delta H^e = H \cdot \varepsilon^e \quad (13a)$$

$$\Delta H^p = H \cdot \varepsilon^p \quad (13b)$$

Le equazioni (13) possono essere inserite nell'equazione (12) per ricavare, con poche manipolazioni matematiche, la deformazione plastica:

$$\varepsilon^p = \frac{\Delta H}{H} - \varepsilon^e \quad (14)$$

In pratica, l'equazione (14) afferma che la deformazione plastica è data dalla deformazione totale

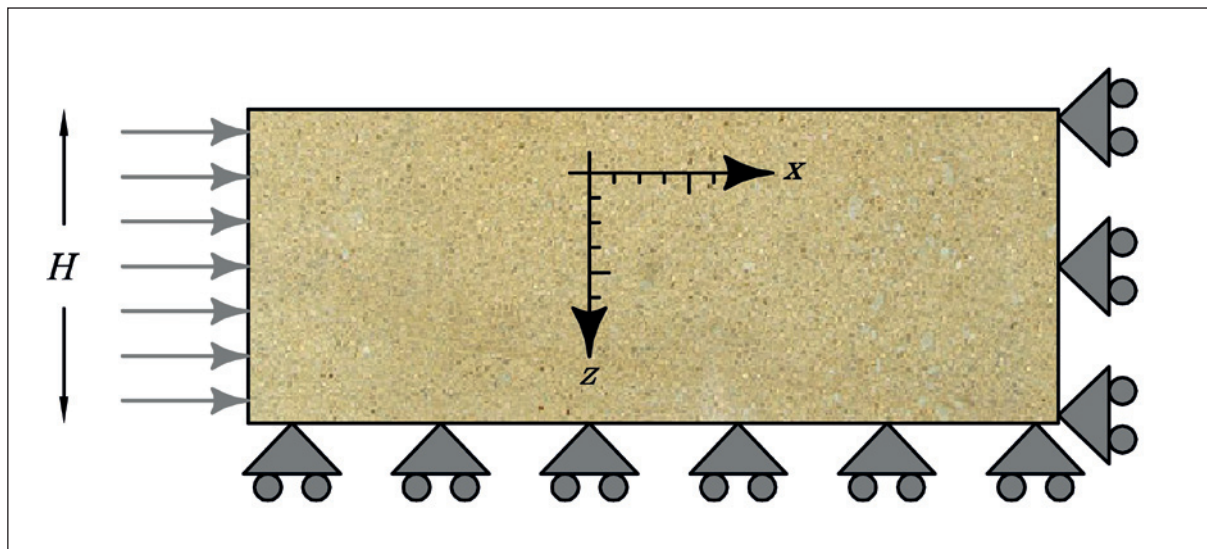


Fig. 10 – Ipotetico dispositivo sperimentale per lo studio del comportamento delle rocce.

al netto della componente elastica.

Poiché la formazione di una piega o di una faglia comporta sia una deformazione orizzontale che verticale, si vuole conoscere l'andamento di quest'ultima a partire dalle equazioni in campo elastico (6) oppure (8) trascurando la variazione delle tensioni (in pratica, si ipotizza che lo sforzo sia afferente le sollecitazioni applicate in Fig. 10 ignorando le sollecitazioni litostatiche che comunque agiscono sempre):

$$\varepsilon_v^e = \frac{\nu(1+\nu)\sigma_h'}{E'} \quad (15)$$

Quest'ultima può infine essere inserita nell'equazione (14) per ottenere la relazione cercata:

$$\varepsilon^p = \frac{\Delta H}{H} - \frac{\nu(1+\nu)\sigma_h'}{E'} \quad (16)$$

2.1. Un esempio di calcolo

Si supponga che una generica roccia sia stata sottoposta a prove di compressione cilindrica dalle quali sono stati ricavati:

- $\sigma'_{sn} = 20$ MPa (tensione di snervamento)
- $E' = 200$ MPa
- $\nu = 0,2$.

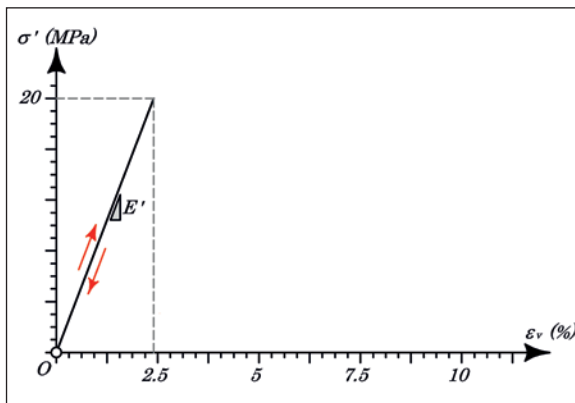


Fig. 11 – Retta sforzi-deformazioni di una generica roccia fino al limite di snervamento.

Inserendo tali dati nell'equazione (15) si ottiene il valore della deformazione elastica verticale - $\varepsilon_v^e = 2,4\%$ - con il quale può essere costruito il grafico di **fig. 11** relativo al campo di esistenza del comportamento elastico della roccia in analisi.

Si supponga, ora, che la variazione di spessore della roccia in campo plastico sia sempre di 1 metro, a causa dello stato di confinamento esercitato dalla pressione litostatica sovrastante:

$\Delta H^p = 1$ metro.

Si vuole conoscere l'influenza dello spessore dello strato nei confronti del comportamento in campo plastico della roccia, facendo variare H nell'equazione (16) ed ottenendo i risultati di tabella 1.

H (metri)	ε^p (%)
0	∞
10	7,6
20	2,6
41,67	0
50	-0,4
100	-1,4
200	-1,9
500	-2,2
1000	-2,3

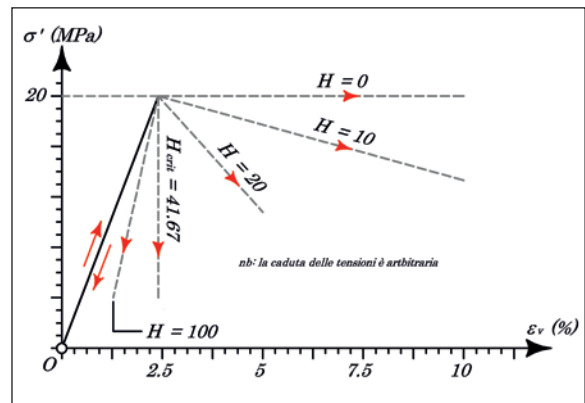


Fig. 12 – Variazione del campo plastico in funzione dello spessore della roccia.

I dati possono infine essere utilizzati per completare il grafico di fig. 11 ed ottenere quello illustrato in **fig. 12** nel quale la deformazione finale è sempre data dalla somma delle componenti elastiche e plastiche.

Dalla lettura dei risultati si scopre che, a partire dalla classica bilatera di Prandtl (1921) relativa ad un corpo elastico perfettamente plastico, la roccia assume un comportamento dapprima contraente e poi progressivamente sempre più rammollente fino alla condizione critica corrispondente a $H_{crit} = 41,67$ metri per la quale diventa elasto-fragile con genesi di una faglia; evidentemente, per spessori superiori a quello critico la risposta meccanica della roccia tende sempre più al comportamento puramente elastico mentre per valori inferiori al campo duttile con formazione delle pieghe. Per quanto riguarda lo spessore critico, che assume un ruolo discriminante, occorre annullare la deformazione plastica dell'equazione (16) per ottenere:

$$\epsilon^p = \frac{\Delta H}{H} - \frac{\nu(1+\nu)\sigma'_h}{E'} = 0 \quad (17a)$$

$$H_{crit} = \Delta H \frac{E'}{\nu(1+\nu)\sigma'_h} \quad (17b)$$

L'equazione (17b) applicata al caso in questione fornisce proprio $H_{crit} = 41,67$ metri.

Applicazione alle rocce stratificate

Nel caso delle rocce stratificate si verifica la co-presenza di geomateriali aventi differenti spessori e differenti parametri elastici, che devono necessariamente influire sulla risposta reologica dell'intero ammasso roccioso rispetto alle medesime sollecitazioni tettoniche (**fig. 13**).

La soluzione del problema implica che all'interno delle equazioni (15) e (16) i singoli parametri elastici siano espressi attraverso la media aritmetica ponderata, ottenendo:

$$\epsilon_v^e = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \nu_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^n \nu_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \right) \sigma'_h}{\frac{\sum_{i=1}^n E'_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}} \quad (18)$$

$$\epsilon^p = \frac{\Delta H}{H} - \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \nu_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^n \nu_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \right) \sigma'_h}{\frac{\sum_{i=1}^n E'_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}} \quad (19)$$

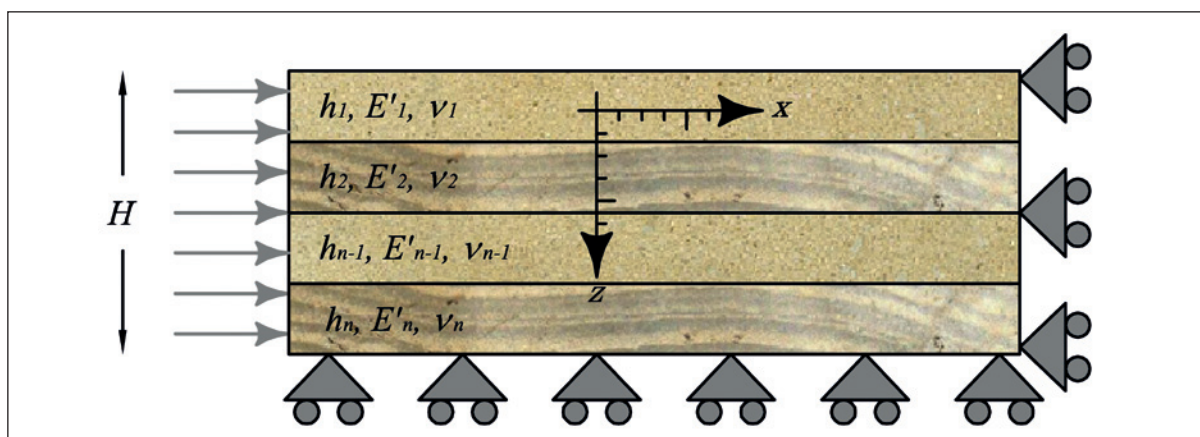
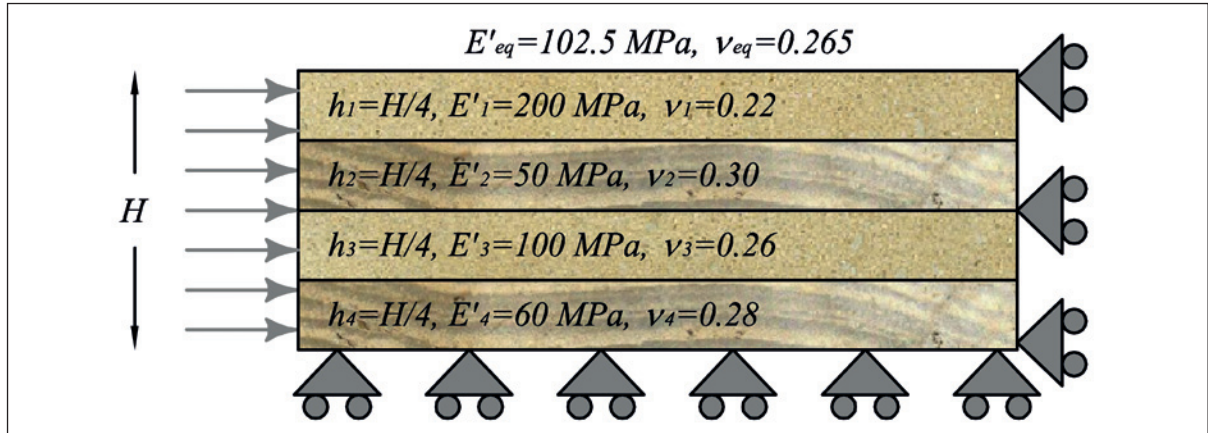


Fig. 13 – Nelle rocce stratificate variano gli spessori e i parametri elastici di ogni singolo geomateriale.

Fig. 14 – Esempio di calcolo in caso di rocce stratificate.



Si consideri allora il dispositivo teorico-sperimentale di figura 14, nel quale è presente un campione di roccia stratificata; quindi, per una tensione orientata di 20 MPa, dall'equazione (18) si ottiene la deformazione elastica verticale: $\epsilon^e_v = 6,5\%$ (fig. 15a).

Continuando con le medesime condizioni del paragrafo precedente, con $\Delta H^p = 1$ metro, l'equazione (19) conduce ai risultati di tabella 2 ed al grafico di figura 15b.

H (metri)	ϵ^p (%)
0	∞
10	3,5
15,28	0
20	-1,5
50	-4,5
100	-5,5
200	-6,0
500	-6,3
1000	-6,4

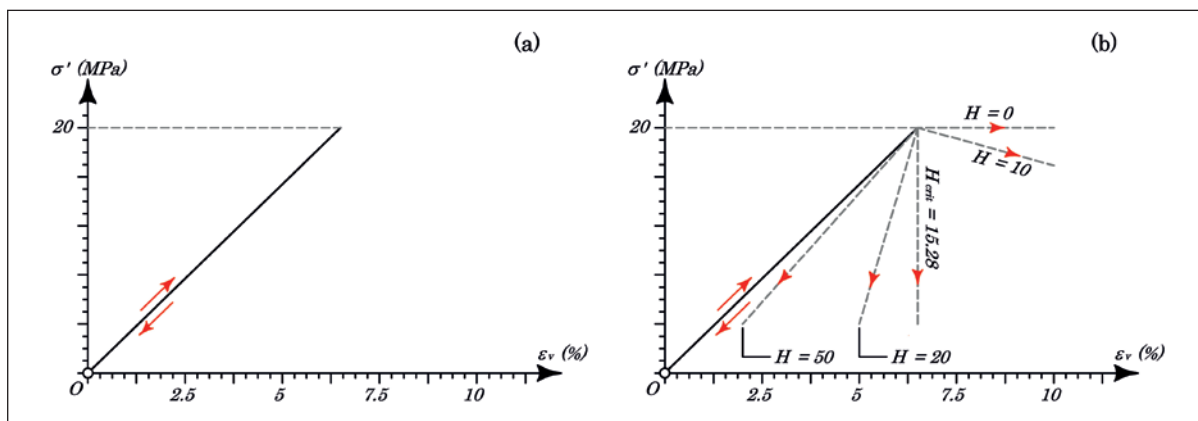
L'ultimo passaggio consiste nel calcolo dell'altezza critica per sistemi stratificati:

$$H_{crit} = \Delta H \frac{\frac{\sum_{i=1}^n E'_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}}{\frac{\sum_{i=1}^n \nu_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^n \nu_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \right)} \sigma'_h \quad (20)$$

L'equazione (20) applicata ai dati di figura 14, per l'assegnato $\Delta H^p = 1$ metro e per $\sigma'_{sn} = 20$ MPa, fornisce: $H_{crit} = 15,28$ metri.

In definitiva, dal confronto tra le figure 12 e 15b, così come tra le tabelle 1 e 2, emerge che nei sistemi stratificati cambia lo scenario di riferimento, in quanto la presenza di intercalazioni a minor rigidità (come nel caso delle marne intercalate alle arenarie delle sequenze torbiditiche e/o flisciodi) diminuisce l'ampiezza del campo plastico favorendo la formazione delle faglie piuttosto che delle pieghe; difatti, nel caso in esame l'altezza critica è passata dai 41,67 metri di una roccia monolitica ai 15,28 metri del sistema stratificato di figura 14. Tale fenomeno può essere spiegato da due punti di vista: 1) globalmente, in quanto diminuisce il valore dei parametri elastici del sistema stratificato

Fig. 15 – Risultati del sistema stratificato di figura 14: a) retta sforzi-deformazione in campo elastico; b) variazione del campo plastico in funzione dello spessore complessivo della sistema.



con conseguenze incremento dell'ampiezza del campo elastico, come emerge dal confronto tra le figure 11 e 15a; 2) localmente, in quanto le intercalazioni più deboli favoriscono l'innesco della rottura dei singoli strati a maggior competenza, con conseguente propagazione favorita dallo spessore totale.

Conclusioni

Lo studio delle strutture tettoniche e del comportamento reologico delle rocce ha come obiettivo principale quello di vincolare le caratteristiche di risposta dei materiali della litosfera (ad esempio nel corso dei processi orogenetici) e di prevederne le modalità deformative in funzione delle condizioni termobariche in cui sviluppa la deformazione. A tale scopo, le informazioni acquisite esaminando le differenti tipologie di risposta delle rocce nonché quelle derivate dai modelli sperimentali, risultano particolarmente importanti perché forniscono indicazioni sulla reologia delle rocce costituenti la litosfera e sulle zone di transizione tra comportamenti deformativi dominanti alle varie profondità della Terra.

Il comportamento reologico delle rocce non è una caratteristica tipica delle stesse ma varia in funzione della situazione deformativa. Lo stesso vale anche per la resistenza delle rocce, la quale

non rappresenta un parametro caratteristico (intrinseco) delle stesse ma definisce semplicemente quale è il valore dello stress che la roccia è in grado di sostenere nelle condizioni deformative date. In particolare emerge che sia la duttilità che la resistenza al taglio delle rocce dipendono dalla pressione di confinamento.

Riferimenti bibliografici

- BARLA G. (1974) – *Meccanica delle rocce. Teoria e applicazioni*. Coop. Libreria Universitaria Torinese, 440pp.
- BARTON N. (1976) – *The shear strength of rock and rock joints*. Int. J. Rock. Mech. Min. Sci., 13, 255-276.
- Boccaletti M. & Tortorici L. (1987) – *Appunti di geologia strutturale*. Patron Editore, Bologna.
- BOSCHI E. & DRAGONI M. (2000) – *Sismologia*. UTET, Torino.
- CALAMITA F., CELLO G., DEIANA G. & PALTRINIERI W. (1994) – *Structural styles, chronology rates of deformation and time-space relationships in the Umbria-Marche thrust system (central Apennines, Italy)*. Tectonics, 13(4), 873-881.
- CELLO G. (2004) – *Fondamenti di geologia strutturale*. Edimond, Città di Castello, 144pp.

- CELLO G. & DEIANA G. (1995) – *Role and effects of pore fluid pressure in thrusting: the case history of the Umbria-Marche Apennines, central Italy*. *Tectonics*, 14(4), 848-854.
- DAVIS G.H. & REYNOLDS S.J. (1984) – *Structural geology of rocks and regions*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 776pp.
- DI FRANCESCO R. (2012) – *Introduzione alla Meccanica del Continuo*. Dario Flaccovio Editore, Palermo.
- GRIFFITH A.A. (1924) – *Theory of rupture*. Proc. First Int. Congress on Applied Mechanism, Delft, the Netherlands, 55-63.
- HOBBS B.E., MEANS W.D. & WILLIAMS P.F. (1976) - *An Outline of Structural Geology*. John Wiley and Sons, 278pp.
- JAEGER J.C. (1969) – *Elasticity, fracture and flow with engineering and geological application*. Methuen & Co., London, 268pp.
- MEANS W.D. (1976) – *Stress and strain*. Springer Verlag, Berlino, 339pp.
- MERCIER J. & VERGELY P. (1995) – *Tettonica*. Pitagora editrice, 176pp.
- PRANDTL L. (1921) – *Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden*. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 1, 425-431.
- PRICE N.J. & COSGROVE J.W. (1990) – *Analysis of geological structures*. Cambridge Univ. Press, 502pp.
- RAMSAY J.G. (1967) – *Folding and fracturing of rocks*. Blackburn Press, 588pp.
- SCANDONE R. (1991) – *Le caldera vulcaniche italiane*. *Le Scienze* n. 269, edizione italiana di American Scientific.
- SHOLZ C.H. (1968) – *Experimental study of the fracturing process in brittle rock*. *Journ. Geoph. Res.*, 73, 1447-1454.
- SHOLZ C.H. (2002) – *The mechanism of earthquakes and faulting*. Cambridge Univ. Press, 471pp.
- SIBSON R.H. (1975) – *Fault rocks and fault mechanisms*. *Journ. Geol. Soc. Of London*, 133, 191-213.
- WOJTAL S. & MITRA G. (1986) – *Strain hardening and strain softening in fault zones from foreland thrusts*. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 97, 674-687.